

Anorganische Experimentalchemie
Lösung zur 2. Übung:
Mathematik, Thermodynamik, Ideale Gasgleichung

1. Mathematik, Basics Differentiale:

Leiten Sie zweimal ab!

a) $f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$

b) $f(x) = 2x^{-2} + 4x^{-6}$

c) $f(x) = 3x^{2/3} - x^{7/8}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 9\sqrt[4]{x^3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Lösung:

a) $f'(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x - 2$

$f''(x) = 60x^2 - 24x + 6$

b) $f'(x) = -4x^{-3} - 24x^{-7}$

$f''(x) = 12x^{-4} + 168x^{-8}$

c) $f'(x) = 2/3 \cdot 3x^{2/3-1} - 7/8 \cdot x^{7/8-1} = 2 \cdot x^{-1/3} - 7/8 \cdot x^{-1/8}$

$f''(x) = -2/3 \cdot x^{-4/3} + 7/64 \cdot x^{-9/8}$

d) $f(x) = x^{1/3} - 9 \cdot x^{3/4}$

$f'(x) = 1/3 \cdot x^{-2/3} - 27/4 \cdot x^{-1/4}$

$f''(x) = -2/9 \cdot x^{-5/3} + 27/16 \cdot x^{-5/4}$

e) $f(x) = x^{-2}$

$f'(x) = -2 \cdot x^{-3}$

$f''(x) = 6 \cdot x^{-4}$

2. Mathematik, Basics, Integrale

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

a) $\int_0^4 x^2 + 2x \, dx$

b) $\int_1^2 5 - \frac{2}{x^2} \, dx$

c) $\int_0^3 \sqrt{x} \, dx$

d) $\int_1^2 (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \, dx$

Lösung:

a) $\int_0^4 x^2 + 2x \, dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^4 = \frac{64}{3} + 16 - 0 = \frac{112}{3} = 37\frac{1}{3}$

b) $\int_1^2 5 - \frac{2}{x^2} \, dx = \left[5x + \frac{2}{x} \right]_1^2 = \left(10 + \frac{2}{2} \right) - \left(5 + 2 \right) = 4$

c) $\int_0^3 \sqrt{x} \, dx = \left[\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \right]_0^3 = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{27} - 0 = 2 \cdot \sqrt{3}$

d) $\int_1^2 (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \, dx = \int_1^2 x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{1}{2}} \, dx = \left[\frac{2}{7} \cdot x^{\frac{7}{2}} + \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \right]_1^2 =$
 $\left(\frac{16\sqrt{2}}{7} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{2}{3} \right) = \frac{76\sqrt{2} - 20}{21}$

3. Erläutern sie:

a. Welche thermodynamische Energie-Größe drückt die Spontanität einer chemischen Reaktion aus?

b. Unter welchen Voraussetzungen kann eine endotherme Reaktion spontan ablaufen?

Lösung:

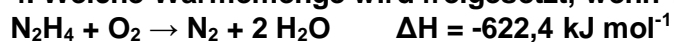
a) $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$

$\Delta G < 0$: exergonisch (spontan)

$\Delta G > 0$: endergonisch

b) Nur bei hohen Temperaturen oder wenn Entropie S stark zunimmt

4. Welche Wärmemenge wird freigesetzt, wenn 1 g Hydrazin (N₂H₄) verbrennt?



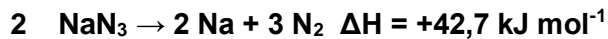
Lösung:

$$M(\text{N}_2\text{H}_4) = 2 \cdot 14,007 \text{ g mol}^{-1} + 4 \cdot 1,0079 \text{ g mol}^{-1} = 32,0456 \text{ g mol}^{-1}$$

$$n = m / M = 1 \text{ g} / 32,0456 \text{ g mol}^{-1} = 0,03121 \text{ mol}$$

$$Q = n \cdot \Delta H = 0,03121 \text{ mol} \cdot -622,4 \text{ kJ mol}^{-1} = -19,43 \text{ kJ}$$

5. Die Zersetzung von Natriumazid verläuft nach:



a) Wie groß ist der ΔH -Wert, um 1,50 kg N_2 zu erhalten?

b) Welches Volumen hat diese Menge Stickstoff bei Normalbedingungen?

Lösung:

a) für N_2 ist $M = 2 \cdot 14,007 \text{ g mol}^{-1} = 28,014 \text{ g mol}^{-1}$

$n = m / M = 1500 \text{ g} / 28,014 \text{ g mol}^{-1} = 53,54 \text{ mol}$

Bildung von 3 mol N_2 : $42,7 \text{ kJ mol}^{-1}$

Bildung von 53,54 mol N_2 : $42,7 \text{ kJ} \cdot 53,54/3 = 762,1 \text{ kJ mol}^{-1}$

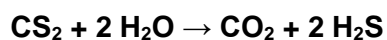
b) $n \cdot V_m = 53,54 \text{ mol} \cdot 22,4 \text{ L/mol} = 1199,3 \text{ L}$

6. Was beschreibt der Satz von Hess?

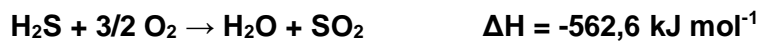
Lösung:

Der Satz von Hess besagt, dass der Weg einer chemischen Reaktion keinen Einfluss auf die Reaktionsenthalpie der Gesamtreaktion hat. Die Reaktionsenthalpie der Gesamtreaktion ist somit auch von der Anzahl der Teilreaktionen unabhängig. Die Enthalpieänderung der gesamten Reaktion ist die Summe der Reaktionsenthalpie der einzelnen Teilreaktionen.

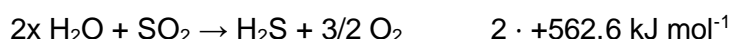
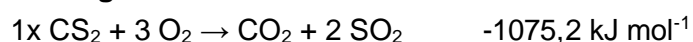
7. Berechnen Sie ΔH für die Reaktion



mit Hilfe der Gleichungen:

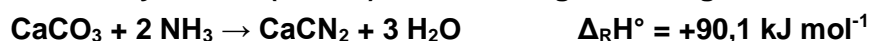


Lösung:



8. Berechnen Sie die Standard-Bildungsenthalpie für

Calciumcyanamid (CaCN_2), mit Hilfe folgender Angaben:



Lösung:

$\Delta H^\circ(\text{Reaktion}) = \Sigma(\Delta H^\circ(\text{Produkte})) - \Sigma(\Delta H^\circ(\text{Edukte}))$

$$+90,1 \text{ kJ mol}^{-1} = (\Delta H^\circ(\text{CaCN}_2) + 3 \cdot -241,8 \text{ kJ mol}^{-1}) - (-1206,3 \text{ kJ mol}^{-1} + 2 \cdot -46,19 \text{ kJ mol}^{-1})$$

$$(\Delta_f H^\circ(\text{CaCN}_2) = +90,1 \text{ kJ mol}^{-1} - 3 \cdot -241,8 \text{ kJ mol}^{-1}) + (-1206,3 \text{ kJ mol}^{-1} + 2 \cdot -46,19 \text{ kJ mol}^{-1})$$

$$815,5 \text{ kJ mol}^{-1} + (-1298,68 \text{ kJ mol}^{-1})$$

$$\Delta_f H^\circ(\text{CaCN}_2) = -483,18 \text{ kJ mol}^{-1}$$

9. In einem Kolben sind 0,80 l Gas mit einem Druck von 980 mbar bei einer Temperatur von 25 °C eingeschlossen (Zustand 1). Durch Wärmezufuhr steigt der Kolben nach oben, sodass das Gasvolumen 1,70 l beträgt (Zustand 2).

a) Welche Temperatur hat das Gas in Zustand 2, wenn...

a1) ...der Druck konstant bleibt?

a2) ...der Druck sich verdoppelt?

a3) ...der Druck auf 1,80 bar ansteigt?

b) Um welches Gas handelt es sich, wenn die gemessene Masse des Gases 1.4 g beträgt?

c) Anschließend wird das System abgekühlt bis die Gastemperatur 0 °C und der Druck 820 mbar beträgt (Zustand 3). Welches Volumen hat nun der Kolben?

Lösung:

a1) Ideale Gasgleichung: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow V_1 / T_1 = V_2 / T_2$

$$T_2 = V_2 \cdot T_1 / V_1 = 1,7 \text{ L} \cdot 298 \text{ K} / 0,8 \text{ L} = 633 \text{ K}$$

a2) $p_1 \cdot V_1 / T_1 = p_2 \cdot V_2 / T_2$

$$T_2 = 2 \cdot V_2 \cdot T_1 / V_1 = 2 \cdot 1,7 \text{ L} \cdot 298 \text{ K} / 0,8 \text{ L} = 1267 \text{ K}$$

a3) $T_2 = p_2 \cdot V_2 \cdot T_1 / p_1 \cdot V_1 = 1,8 \text{ bar} \cdot 1,7 \text{ L} \cdot 298 \text{ K} / 0,98 \text{ bar} \cdot 0,8 \text{ L} = 1163 \text{ K}$

b) Näherung: nahezu 1 atm (1013 mbar)

$$V_m = 24,4 \text{ L/mol} \rightarrow n = 0,8 \text{ L} / 24,45 \text{ L/mol} = 0,0327 \text{ mol}$$

$$n = m / M \rightarrow M = m / n = 1,4 \text{ g} / 0,0327 = 42,81 \text{ g/mol} \rightarrow 44 \text{ g/mol} = \text{CO}_2$$

c) $p_1 \cdot V_1 / T_1 = p_2 \cdot V_2 / T_2$

$$V_2 = T_2 \cdot p_1 \cdot V_1 / (T_1 \cdot p_2)$$

$$V_2 = 273 \text{ K} \cdot 1,8 \text{ bar} \cdot 1,7 \text{ L} / 1163 \text{ K} \cdot 0,82 \text{ bar} = 0,876 \text{ L}$$